**Лабораторная работа № 3**

**РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

**Цель работы:** получить навык численного решения краевых задач для уравнений эллиптического типа с использованием различных методов на примере задачи Дирихле для линейного двумерного неоднородного уравнения.

**Задания на лабораторную работу**

***Краевая задача для уравнения эллиптического типа***

Рассматривается задача Дирихле для линейного двумерного неоднородного эллиптического уравнения с переменными коэффициентами:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |
|  | (2) |

***I. Задача Дирихле для уравнения Пуассона с постоянными коэффициентами***

Рассматривается частный случай уравнения (1) – уравнение Пуассона с постоянными коэффициентами:

(3)

По заданному в индивидуальном задании точному решению задачи (см. таблицу 1) необходимо восстановить функции и .

***Задача 1 (2 балла).***

1. Написать вычислительную программу на языке программирования C++ решения задачи (1)-(3) с использованием конечно-разностной схемы с шаблоном «крест» на сетке с постоянными шагами и по направлениям *x* и *y*, удовлетворяющих соотношению

Для решения получающейся СЛАУ использовать метод простых итераций. При этом матрица системы не должна храниться в памяти.

1. Исследовать зависимость погрешности решения от величины шагов сетки и построить соответствующие графики. Погрешность оценивать в равномерной норме.
2. Исследовать зависимости числа итераций от шага сетки.

***Задача 2 (2 балла).***

Решить задачу 1 с использованием для решения СЛАУ метод SOR.

Параметр релаксации либо выбирается фиксированным, либо используется формула для оптимального значения.

***Задача 3 (2 балла).***

Решить задачу 1 с использованием для решения СЛАУ любой точный метод (Гаусса, LU-разложение, метод сопряженных градиентов с большим числом итераций). В данной задаче матрицу системы можно хранить целиком в памяти, желательно только ненулевые диагонали.

***Индивидуальные задания к задаче* 1**

Таблица 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  в-та |  |  |  |
| 1 | 2 | 4 |  |
| 2 |  | 1 |  |
| 3 | 1 | 1 |  |
| 4 | 1 | 2 |  |
| 5 | 2 | 1 |  |
| 6 | 5 | 1 |  |
| 7 | 1 | 1 |  |
| 8 | 2 | 1 |  |
| 9 | 1 | 2 |  |
| 10 |  | 1 |  |
| 11 | 1 | 1 |  |
| 12 | 2 | 2 |  |
| 13 |  |  |  |
| 14 |  |  |  |
| 15 |  |  |  |

**II. Решение задачи с переменными коэффициентами**

***Задача 4 (4 балла).***

1. Написать вычислительную программу на языке программирования C++ решения задачи (1)-(2) с параметрами из таблиц 1 и 2 методом переменных направлений, либо использовать другой достаточно метод решения СЛАУ (точный метод или метод сопряженных градиентов).
2. Исследовать зависимость погрешности получаемого решения от величины шага сетки, построить соответствующие графики.

***Индивидуальные задания к задаче* 2**

Таблица 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  в-та |  |  |  |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  | 1 |
| 6 |  |  |  |
| 7 |  |  | 1 |
| 8 |  |  |  |
| 9 |  |  |  |
| 10 |  |  |  |
| 11 |  |  |  |
| 12 |  |  |  |
| 13 |  |  |  |
| 14 |  |  |  |
| 15 |  |  |  |

**Теоретическая часть**

|  |  |
| --- | --- |
| *Номер задачи* | *Литература* |
|  | [1] глава 10, п. 6, [3] глава 4, п. 1,2 |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы.
3. Самарский А.А. Введение в численные методы

***По каждой решенной задаче в обязательном порядке оформляется отчет. Лабораторная работа считается выполненной, если набрано 6 и более баллов.***